

1

(1) 空間に 4 点  $A(2, 1, 3)$ ,  $B(-3, 1, -5)$ ,  $C(4, 2, 1)$ ,  $D(8, 5, 2x-5)$  があり, この

4 点は同じ平面上にある。2 直線  $BC$ ,  $AD$  の交点を  $E$  とおく。このとき,  $x = \text{①}$  であり,  $\triangle ACE$  の面積は  $\text{②}$  である。

(2) 自然数  $N$  を 5 進法と 7 進法で表すと, それぞれ 3 桁の数  $a0b_{(5)}$ ,  $ba6_{(7)}$  になるという。

$(a, b) = \text{③}$  であり,  $N$  を 10 進法で表すと  $\text{④}$  である。

(3) 数列  $\{a_n\}$  を,  $a_n = n3^n {}_{100}C_n$  ( $n=1, 2, \dots, 100$ ) によって定める。ただし,  ${}_{100}C_n$  は異なる 100 個のものから  $n$  個取り出す組合せの総数を表す。

$\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)$  ( $n=1, 2, \dots, 99$ ) を  $n$  のなるべく簡単な式で表すと  $\text{⑤}$  であり,

$(a_n)$  が最大になるような  $n$  をすべて求めると  $\text{⑥}$  である。

2

(1)  $4x^4 + 4x^3 - 9x^2 - x + 2$  を因数分解すると ① である。このとき

方程式  $4\sin^4\theta + 4\sin^3\theta - 9\sin^2\theta - \sin\theta + 2 = 0$  を全て求めると、 $0 \leq \theta < 2\pi$  とするとき ② である。

(2) 次のデータは、10人の英語のテストの得点である。ただし、Aの値は整数とする。

43, 55, A, 64, 36, 48, 46, 71, 65, 50

3人目の得点Aの値がわからないとき、クラス全体の得点の中央値Mの値として ③ 通りの値があり得る。また、10人の得点の平均値が54.0点であったとき、Aの値と中央値Mの値を求めると、 $(A, M) =$  ④ である。

3

曲線  $y = \frac{1}{x^2}$  の  $x > 0$  の部分を  $C_1$  とする。また、原点と  $C_1$  上の点  $P\left(p, \frac{1}{p^2}\right)$  を通り、軸が  $y$  軸に平行な放物線を  $C_2$  とする。 $C_1$  と  $C_2$  が点  $P$  において同一の直線に接するとき、次の問いに答えよ。

(1)  $C_2$  の式を  $p$  を用いて表せ。

(2)  $C_2$  と  $x$  軸の交点のうち、原点でない方を  $Q$  とおく。点  $Q$  を通り  $y$  軸に平行な直線と、 $C_1$ 、 $C_2$  で囲まれた領域の面積を求めよ。

4

方程式  $y = (\sqrt{x} - \sqrt{2})^2$  が定める曲線を  $C$  とする。

(1) 曲線  $C$  と  $x$  軸、 $y$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

(2) 曲線  $C$  と直線  $y = 2$  で囲まれた図形を、直線  $y = 2$  の周りに1回転してできる立体の体積  $V$  を求めよ。