

関西医科大学対策 記述演習

1 $m > 1$ とし、連立不等式 $\begin{cases} y \geq x^2 \\ (y - 2mx)(y + 2mx - 3m^2) \leq 0 \end{cases}$ の表す領域を D とする。

- (1) $y = x^2$ と $y = -2mx + 3m^2$ の共有点を求めよ。
- (2) 領域 D を図示せよ。
- (3) 点 $P(x, y)$ が D 内を動くとき、 $2y - x$ の最大値と最小値を求めよ。
- (4) 点 $P(x, y)$ が D 内を動くとき、 $2y - 6mx$ の最大値と最小値を求めよ。

2 関数 $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$ ($x \geq 1$) と曲線 $C: y = f(x)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 区間 $x > 1$ で、 $f(x)$ は増加し、曲線 C は上に凸であることを示せ。
- (2) 曲線 C の点 $(\sqrt{2}, f(\sqrt{2}))$ における接線 l の方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた直線 l と曲線 C および x 軸で囲まれた図形を D とする。 D を y 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。
- (4) (3) で定めた図形 D の面積 S を求めよ。

3 n を 2 以上の自然数とし、正 $2n$ 角形の $2n$ 個の頂点を反時計回りに A_1, A_2, \dots, A_{2n} とする。 A_1, A_i, A_j ($1 < i < j$) を 3 頂点とする三角形で $\angle A_i A_1 A_j \geq 90^\circ$ を満たすものの個数を N_n とする。

- (1) N_4 を求めよ。
- (2) N_n を n の式で表せ。
- (3) A_1, A_2, \dots, A_{2n} の中から 3 点を選び、これらを頂点とする三角形を作るとき、この三角形が鋭角三角形 (すべての角の大きさが 90° より小さい三角形) となる確率 P_n を求めよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。