

1

(1)  $x$  についての方程式  $|1-x|-2=a$  が解をもたないような定数  $a$  の値の範囲は  $\sup$

であり、 $|x+2|-|x-2|=a$  が解をもつような定数  $a$  の値は  $\sup$   である。

(2)  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 1$  を満たす正の整数の組  $(x, y)$  は  $\sup$   組あり、そのうちで  $x$  が最大のも

のは  $(x, y) = (\sup$  ,  $\sup$  ) である。

(3) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とする。  $n=1, 2, 3, \dots$  に対して

$2a_n + S_n = 4n$  が成り立つとき、  $a_1 = \sup$   であり、  $a_n$  と  $a_{n-1}$  の間には関係式

$\sup$   が成立する。  $a_n$  を  $n$  の式で表すと  $a_n = \sup$   であり、  $S_n \geq 100$  となる最小

の  $n$  は  $\sup$   である。

(4)  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  のとき、関数  $y = \tan x + \frac{2}{\tan x}$  の最小値は  $\sup$   である。また、関数  $y$

が最小値をとる  $x$  の値を  $a$  とすると  $\cos 2a$  の値は  $\sup$   である。

(5) 等式  $2\log_2(y-3x) = 2 + \log_2 x + \log_2 y$  が成り立っているとき、  $\frac{y}{x}$  の値は  $\sup$   で

ある。また、このとき、  $\log_2 \frac{xy-6x^2}{y^2-5xy-12x^2}$  の値は  $\sup$   である。

2

極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n\sqrt{3n^2+1^2}} + \frac{n-2}{n\sqrt{3n^2+2^2}} + \frac{n-3}{n\sqrt{3n^2+3^2}} + \dots + \frac{n-n}{n\sqrt{3n^2+n^2}} \right)$  を

$\alpha$  とする。

(1)  $\frac{d}{d\theta} \log\left(\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}\right) = \text{ア}$   である。ただし、対数は自然対数とする。

(2)  $\frac{n-1}{n\sqrt{3n^2+1^2}} + \frac{n-2}{n\sqrt{3n^2+2^2}} + \frac{n-3}{n\sqrt{3n^2+3^2}} + \cdots + \frac{n-n}{n\sqrt{3n^2+n^2}}$   
 $= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$  と表すとき、 $f(x) = \text{イ}$   である。

(3)  $\alpha = \text{ウ}$   である。

(4) (2) の  $f(x)$  について、 $x$  がすべての実数値をとるとき、 $f(x)$  のとりうる値の範囲は  
 $\text{エ}$    $< f(x) \leq \text{オ}$   である。

**3**

自然数  $n$  について、 $a_n$  を  $\sqrt{n}$  の整数部分とする。

(1)  $a_5 = \text{ア}$  ,  $a_{10} = \text{イ}$  ,  $a_{50} = \text{ウ}$   である。

(2) 自然数  $m$  について、 $a_n = m$  となる  $a_n$  の個数は、 $m$  の関数として  
 $\text{エ}$    $m + \text{オ}$   と表される。

(3)  $b_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とすると、 $b_5 = \text{カ}$  ,  $b_{10} = \text{キ}$  ,  $b_{20} = \text{ク}$   である。

**4**

$xyz$  空間の原点を中心とする半径 1 の球面を  $S$  とし、 $P(x_0, y_0, z_0)$  は、 $N(0, 0, 1)$  とは異なる  $S$  上の点であるとする。 $N$  と  $P$  を通る直線上の点  $Q$  に対し

(A)  $\overrightarrow{NQ} = t\overrightarrow{NP}$

を満たす実数  $t$  が定まる。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $N$  と  $P$  を通る直線上の点  $Q$  が  $xy$  平面上にあるとき、(A) を満たす  $t$  を  $z_0$  を用いて表すと、 $t = \text{ア}$   である。

(2) (1) の  $Q$  の座標を  $x_0, y_0, z_0$  を用いて表すと、 $\text{イ}$   である。

(3)  $S$  と平面  $z = a$  ( $0 < a < 1$ ) とが交わってできる図形を  $C$  とする。点  $P$  が  $C$  上を動くとき、 $P$  に対する (1) の点  $Q$  の軌跡を表す図形の式は  $\text{ウ}$   である。