

- 1 自然数 m, n において、その最大公約数は 23 とする。ただし、 $m < n$ とする。
- (1) $n = 230$ であるとき、 m のとりうる値は ア 個あり、その中で最小のものは イ 、最大のものは ウ である。 m が最大のとき、 m と n の最小公倍数は エ である。
- (2) $mn = 11109$ であるとき、 m と n の最小公倍数は オ である。
- (3) $mn < 7935$ であるとき、 mn のとりうる値で最大のものは カ である。
- (4) $m + n = 1150$ であるとき、 mn のとりうる値で最大のものは キ である。

- 2 二次方程式 $x^2 + 2x - 2 = 0$ の 2 つの解を α, β ($\alpha > \beta$) とする。このとき、
 $\alpha^2 + \beta^2 = \text{ア}$ 、 $\frac{1}{\alpha^3} - \frac{1}{\beta^3} = \frac{\text{イ} \sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}}$ である。また、 $\alpha - \beta$ の小数部分を p とするとき $5p$ の整数部分は オ である。
 さらに、 $n - 2 \leq 6\alpha \leq n + 2$ を満たす整数 n は、小さい順に カ 、 キ 、 ク 、 ケ である。

- 3 a は $-2 < a < 1$ を満たす実数とする。関数
 $y = -x^2 - 2ax + a^2 - 2a + 1$ ($-1 \leq x \leq 2$) …… ①
 について考える。関数 ① は $x = \text{ア}$ のとき最大値 イ をとる。関数 ① の最大値が 5 となるときの、 a の値は $a = \text{ウ}$ である。また、関数 ① の最小値が負であるとき、 a のとり得る値の範囲は エ $< a < \text{オ}$ である。

- 4 数列 $\{a_n\}$ において、初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が $S_n = 2n^2 - 15n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で表されている。 $\{a_n\}$ の初項は $a_1 = \text{ア}$ であり、第 n 項は $a_n = \text{イ}$ である。ただし、 ア は数値、 イ は n の式である。また、 S_n が最小となるときの n の値は ウ である。実数 x に対して、数列 $\{b_n\}$ が $b_n = a_n x^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義されるとき、初項 b_1 から第 n 項 b_n までの和を T_n とする。

$$x \neq 1 \text{ のとき, } T_n \text{ を } x \text{ と } n \text{ の式で表すと } T_n = \frac{\overset{ア}{\square}x - (\overset{イ}{\square})x^{n+1}}{1-x} + \frac{\overset{エ}{\square}}{(1-x)^2}$$

である。

5 $\triangle ABC$ において $AB=5$, $BC=9$, $CA=10$ であるとする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

(1) $BD = \overset{ア}{\square}$, $DC = \overset{イ}{\square}$, $\cos C = \frac{\overset{ウ}{\square}}{\overset{エ}{\square}}$ である。

(2) $AD = \overset{オ}{\square} \sqrt{\overset{カ}{\square}}$ である。また, \overrightarrow{AD} を \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} で表すと

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\overset{キ}{\square}}{\overset{ク}{\square}} \overrightarrow{AB} + \frac{\overset{ケ}{\square}}{\overset{コ}{\square}} \overrightarrow{AC}$$

となる。さらに, 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値は $\overset{サ}{\square}$ である。

(3) 点 E は直線 AD 上にあり, $CE \perp CA$ を満たしている。このとき,

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EC} = \overset{シ}{\square}, \quad \overrightarrow{AE} = \frac{\overset{ス}{\square}}{\overset{セ}{\square}} \overrightarrow{AD} \text{ である。}$$