

1 数列  $\{a_n\}$  に関して、次の問いに答えよ。

(1)  $a_1=3$ ,  $a_{n+1}=2a_n+5\cdot 3^n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) のとき,  $a_n$  を  $n$  の式で表すと

$$a_n = \overset{ア}{\square} \cdot 3^n - \overset{イ}{\square} \cdot 2^n \text{ である。}$$

(2)  $a_1=1$ ,  $a_2=5$ ,  $a_{n+2}+10a_{n+1}+25a_n=0$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) のとき,

$$\alpha = \overset{ウ}{\square}, \beta = -\overset{エ}{\square} \text{ に対して, } a_{n+2} + \alpha a_{n+1} = \beta(a_{n+1} + \alpha a_n) \text{ が成り立つ。}$$

さらに, 数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = a_{n+1} + \alpha a_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) と定めれば,

$$b_n = \overset{オ}{\square} \cdot (-5)^{n-1} \text{ である。したがって, } a_n \text{ を } n \text{ の式で表すと}$$

$$a_n = \frac{\overset{カ}{\square}}{\overset{キ}{\square}} \cdot n \cdot (-5)^n - \frac{\overset{ク}{\square}}{\overset{ケ}{\square}} \cdot (-5)^n \text{ である。}$$

2 放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の点  $P\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$  (ただし  $a \neq 0$ ) における接線  $\ell$  の方程式は,

$y =$   で与えられる。ここで  $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線  $x = a$  を  $m$  とし,  $m$  上に点  $P$  とは異なる任意の点  $Q(a, b)$  をとると,  $\ell$  に関して  $Q$  と対称となる点  $R$  の座標は  $\left(\right.$  ,   $\left.)\right)$  となり,  $P$  と  $R$  を通る直線  $n$  の方程式は,  $y =$   となる。

この直線  $n$  は  $a$  の値によらず, 常に定点  $\left(\right.$  ,   $\left.)\right)$  を通る。

3 4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 2, 0)$ ,  $B(2, 0, -1)$ ,  $C(0, -2, 4)$  を頂点とする四面体  $OABC$  について考える.

(1) 点  $D(3, -2, 7)$  に対し, 直線  $OD$  と  $\triangle ABC$  の交点  $P$  の座標は  $\text{ア}$   である.

(2) 頂点  $O$  から  $\triangle ABC$  に垂線  $OH$  を下ろしたとき, 点  $H$  の座標は  $\text{イ}$   であり,

このときの  $\overrightarrow{OH}$  の大きさは  $\text{ウ}$   である. 更に,  $\triangle ABC$  の面積は  $\text{エ}$   であ

り, 四面体  $OABC$  の体積は  $\text{オ}$   である.

4 5個の文字 A, A, B, B, X を横1列に並べる。ただし、同じ文字どうしは区別しないものとする。

(1) この並べ方は <sup>ア</sup>  通りある。

(2) A と A が隣り合うような並べ方は <sup>イ</sup>  通りある。

(3) A と A が隣り合い、かつ、B と B も隣り合うような並べ方は <sup>ウ</sup>  通りある。

(4) A と A が隣り合わず、かつ、B と B も隣り合わないような並べ方は <sup>エ</sup>  通りある。

(5) X より右側と左側にそれぞれ1つずつ A があるような並べ方は <sup>オ</sup>  通りある。(例 : AXBAB)

5  $xy$  平面上の放物線  $A : y = ax^2 + bx + c$  が  $x$  軸と 2 点  $(11, 0)$ ,  $(5, 0)$  で交わるとする.  
 また, この放物線を  $x$  軸方向に  $-8$ ,  $y$  軸方向に  $d$  だけ平行移動した放物線  $B$  の頂点の  
 座標が  $(\overset{ア}{\square}, -9)$  であるという. 更に, 放物線  $A$  と  $B$  の頂点を互いに結んだ直線  
 の方程式が  $y = -\frac{9}{4}x + \overset{イ}{\square}$  になるという. 以上のことから,  $a = \overset{ウ}{\square}$ ,  
 $b = \overset{エ}{\square}$ ,  $c = \overset{オ}{\square}$ ,  $d = \overset{カ}{\square}$  が求められる. また, 放物線  $B$  と  $x$  軸で囲ま  
 れた図形に対して各辺が  $x$  軸,  $y$  軸と平行な長方形を内接させ, その面積  $S$  を最大にし  
 ようとしたとき, 長方形と放物線  $B$  が接する点のうち,  $x$  座標が正となる点の座標は  
 $(\overset{キ}{\square}, \overset{ク}{\square})$  であり, そのときの面積  $S$  は,  $S = \overset{ケ}{\square}$  である.